**Введённые данные**

2·x1 - 3·x2 + 5·x3 → max  
- x1 + 2·x2 + 3·x3 ≤ 3  
- 2·x1 + 3·x2 + x3 ≥ -4

**Ответ**

x1 = 3, x2 = 0, x3 = 2, F = 16

**Решение базовым симплекс-методом**

**Меняем знаки у ограничений с ≥, путём умножения на -1:**  
- x1 + 2·x2 + 3·x3 ≤ 3  
2·x1 - 3·x2 - x3 ≤ 4  
  
Для каждого ограничения с неравенством **добавляем дополнительные переменные** x4 и x5.  
Перепишем ограничения в каноническом виде:  
- x1 + 2·x2 + 3·x3 + x4 = 3  
2·x1 - 3·x2 - x3 + x5 = 4  
  
**Ищем начальное базисное решение:**  
Ограничение 1 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x4  
Ограничение 2 содержит неравенство, базисной будет добавленная дополнительная переменная x5  
  
**Начальная симплекс-таблица**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** |
| **x4** | -1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 3 |
| **x5** | 2 | -3 | -1 | 0 | 1 | 4 |

**Вычисляем дельты:** Δi = C4·a1i + C5·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C4·a11 + C5·a21 - C1 = 0·(-1) + 0·2 - 2 = -2  
Δ2 = C4·a12 + C5·a22 - C2 = 0·2 + 0·(-3) - -3 = 3  
Δ3 = C4·a13 + C5·a23 - C3 = 0·3 + 0·(-1) - 5 = -5  
Δ4 = C4·a14 + C5·a24 - C4 = 0·1 + 0·0 - 0 = 0  
Δ5 = C4·a15 + C5·a25 - C5 = 0·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C4·b1 + C5·b2 - C6 = 0·3 + 0·4 - 0 = 0

**Симплекс-таблица с дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** |
| **x4** | -1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 3 |
| **x5** | 2 | -3 | -1 | 0 | 1 | 4 |
| **Δ** | -2 | 3 | -5 | 0 | 0 | 0 |

**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = -2 отрицательна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты.

**Итерация 1**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится минимальная дельта: 3, Δ3: -5  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 3  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 1, строка 1.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 3  
В качестве базисной переменной x4 берём x3.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x3** | -1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 3 | 3 / 3 = 1 |
| **x5** | 2 | -3 | -1 | 0 | 1 | 4 | - |
| **Δ** | -2 | 3 | -5 | 0 | 0 | 0 |  |

Делим строку 1 на 3. Из строки 2 вычитаем строку 1, умноженную на соответствующий элемент в столбце 3.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C3·a1i + C5·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C3·a11 + C5·a21 - C1 = 5·(-0.33333) + 0·1.66666 - 2 = -3.66666  
Δ2 = C3·a12 + C5·a22 - C2 = 5·0.66666 + 0·(-2.33333) - -3 = 6.33333  
Δ3 = C3·a13 + C5·a23 - C3 = 5·1 + 0·0 - 5 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C5·a24 - C4 = 5·0.33333 + 0·0.33333 - 0 = 1.66666  
Δ5 = C3·a15 + C5·a25 - C5 = 5·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C3·b1 + C5·b2 - C6 = 5·1 + 0·5 - 0 = 5

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x3** | -0.33333 | 0.66666 | 1 | 0.33333 | 0 | 1 | 1 |
| **x5** | 1.66666 | -2.33333 | 0 | 0.33333 | 1 | 5 | - |
| **Δ** | -3.66666 | 6.33333 | 0 | 1.66666 | 0 | 5 |  |

**Текущий план X:** [ 0, 0, 1, 0, 5 ]  
**Целевая функция F:** 2·0 + -3·0 + 5·1 + 0·0 + 0·5 = 5  
**Проверяем план на оптимальность:** план **не оптимален**, так как Δ1 = -3.66666 отрицательна.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты.

**Итерация 2**

Определяем *разрешающий столбец* - столбец, в котором находится минимальная дельта: 1, Δ1: -3.66666  
Находим симплекс-отношения Q, путём деления коэффициентов b на соответствующие значения столбца 1  
В найденном столбце ищем строку с наименьшим значением Q: Qmin = 3, строка 2.  
На пересечении найденных строки и столбца находится *разрешающий элемент*: 1.66666  
В качестве базисной переменной x5 берём x1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x3** | -0.33333 | 0.66666 | 1 | 0.33333 | 0 | 1 | - |
| **x1** | 1.66666 | -2.33333 | 0 | 0.33333 | 1 | 5 | 5 / 1.66666 = 3 |
| **Δ** | -3.66666 | 6.33333 | 0 | 1.66666 | 0 | 5 |  |

Делим строку 2 на 1.66666. Из строки 1 вычитаем строку 2, умноженную на соответствующий элемент в столбце 1.  
**Вычисляем новые дельты:** Δi = C3·a1i + C1·a2i - Ci

Подробный расчёт дельт

Δ1 = C3·a11 + C1·a21 - C1 = 5·0 + 2·1 - 2 = 0  
Δ2 = C3·a12 + C1·a22 - C2 = 5·0.2 + 2·(-1.4) - -3 = 1.2  
Δ3 = C3·a13 + C1·a23 - C3 = 5·1 + 2·0 - 5 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C1·a24 - C4 = 5·0.4 + 2·0.2 - 0 = 2.4  
Δ5 = C3·a15 + C1·a25 - C5 = 5·0.2 + 2·0.6 - 0 = 2.2  
Δb = C3·b1 + C1·b2 - C6 = 5·2 + 2·3 - 0 = 16

**Симплекс-таблица с обновлёнными дельтами**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C** | 2 | -3 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| **базис** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **b** | **Q** |
| **x3** | 0 | 0.2 | 1 | 0.4 | 0.2 | 2 | - |
| **x1** | 1 | -1.4 | 0 | 0.2 | 0.6 | 3 | 3 |
| **Δ** | 0 | 1.2 | 0 | 2.4 | 2.2 | 16 |  |

**Текущий план X:** [ 3, 0, 2, 0, 0 ]  
**Целевая функция F:** 2·3 + -3·0 + 5·2 + 0·0 + 0·0 = 16  
**Проверяем план на оптимальность:** отрицательные дельты отсутствуют, следовательно **план оптимален**.

Критерий оптимальности

План оптимален, если в таблице отсутствуют отрицательные дельты.

**Ответ:** x1 = 3, x2 = 0, x3 = 2, F = 16